統計学第３回「データの尺度・データの図示」

尺度と変数

- 尺度とは，研究対象として取り上げる操作的概念を数値として扱うときのモノサシの目盛り（の種類），言い換えると,「データに何らかの値を対応させる基準」である。[1]
- 尺度は，名義尺度，順序尺度，間隔尺度，比尺度（比例尺度ともいう）の４つに分類される。[2]
- 研究対象として取り上げる操作的概念は，変数という形で具体化される。変数は，それが表す尺度の水準によって分類されるが，一般には，名義尺度は定性的変数（カテゴリ変数），順序尺度，間隔尺度，比尺度は定量的変数に相当する。定量的変数には，整数値しかとらない離散変数と，実数値をとりうると考えられる連続変数がある。順序尺度は離散変数，間隔尺度は離散の場合も連続の場合もあるが連続変数であることが多く，比尺度は連続変数である。定性的変数と離散変数の中には，１か０，あるいは１か２，のように，２種類の値しかとらない「２分変数 (dichotomous variable)」や，１か２か３，のように３種類の値しかとらない「３分変数 (trichotomous variable)」がある。変数がとり得る値の範囲を，その変数の定義域と呼ぶ。
- 変数は，被験者や研究対象のちがいによって，複数の異なったカテゴリあるいは数値に分かれるのでなければ意味がない。例えば，その研究のすべての対象者が男性であれば，性別という変数を作ることは無意味である。
- 対応する尺度の種類によって，変数は，図示の仕方も違うし，代表値も違うし，適用できる統計解析手法も違ってくる。
- 尺度についてより詳しく知りたい方には，池田央『調査と測定』（新曜社）をお薦めする。

名義尺度 (nominal scale)

- 値の差も値の順序も意味をもたず，たんに質的データの分類基準を与える。
- 例えば，性別とか職業とか居住地といったものは，名義尺度である。
- 性別という名義尺度をあらわす変数は，例えば，男性なら M，女性なら F という具合に文字列値をとることもできるが，一般には男性なら 1，女性なら 2 というように，数値を対応させる。これは，第１回の講義で触れたとおり，コーディング（coding）と呼ばれる手続きである。関心のある事象が，例えば血液中のヘモグロビン濃度のように，性別ばかりでなく，授乳や妊娠によって影響を受ける場合は，調査対象者を，男性なら 1，授乳も妊娠もしていない女性は 2，授乳中の女性は 3，妊娠中の女性は 4，という具合に，生殖状態（性別及び授乳，妊娠）という名義尺度をあらわす変数にコード化する場合もある。[3]
- 名義尺度を表す値にはそれを他の値と識別する意味しかない。統計解析では，クロス集計表を作って解析する他には，グループ分けや層別化に用いられるのが普通である。[4]

順序尺度 (ordinal scale)

- 値の差には意味がないが，値の順序には意味があるような尺度。

---

[1] より厳密には次の通り。非空の集合 A の要素間にいくつかの関係 $R_1, R_2, ..., R_n$ が成り立っているときに，これを $\alpha =< A, R_1, R_2, ..., R_n >$ と書くことにし，数量的な要素からなる非空の集合 B の要素間に関係 $S_1, S_2, ..., S_n$ が成り立っているときに，これを $\beta =< B, S_1, S_2, ..., S_n >$ と書くとき，もし B の中の要素が A の中のすべての要素 $x, y(x, y \in A)$ の写像 $f(x), f(y)$ からなり $(f(x), f(y) \in B)$，x と y の間に関係 $R_1, R_2, ..., R_n$ が成り立っているときに B の中の $f(x)$ と $f(y)$ の間に関係 $S_1, S_2, ..., S_n$ が成り立っている（これを準同型という）ならば，関係系 α は関係系 β によって “表現される”，という。測定とは，経験的世界の関係系 α が数量的な形式関係系 β によって表現されることをいう。尺度とは，このような $< A, B, f >$ の組である。B の各要素に変換 ϕ を施して得られる集合の要素を考えるとき，それがやはりもとの経験的関係系 α を表現しているなら，変換 ϕ はもとの表現 f に対して許容的であるといい，尺度は，許容的な変換の型が，それ自身のみであるか（絶対尺度），正の実定数との積であるか（比例尺度），正の実定数との積に定数を加えた一次変換であるか（間隔尺度），単調関数なら何でも良いのか（順序尺度），１対１対応の写像なら何でも良いのか（名義尺度），によって５種類に分けられる。

[2] これは Stevens が提唱した分類だが，上述のごとく，絶対尺度を加えて５つとする分類もある。

[3] このようにコーディングのやり方は一通りに限ったものではなく，分析の目的によって多様である。場合によっては再コーディングが必要となることもある。ここで注意すべきは，性別という名義尺度と，生殖状態という名義尺度は，別の尺度だということである。しかし，男性を M，女性を F と表しても，男性を 1，女性を 2 と表しても，１対１変換である限り，それは同じ性別という名義尺度である。

[4] より複雑な統計解析に使う場合は，ダミー変数として値ごとの２分変数に変えることもある。例えば，居住地という変数の定義域が {東京，長野，山口} であれば，この変数の尺度は名義尺度である。東京を１，長野を２，山口を３と数値を割り振っても，名義尺度であるには違いない。しかし，居住地という変数を無くして，代わりに，東京に住んでいるか（１）いないか（０），長野に住んでいるか（１）いないか（０），という２つのダミー変数を導入することによって，同じ情報を表現することができる。ダミー変数を平均すると，１に当てはまるケースの割合になる性質をもつために，ダミー変数は多くの統計手法の対象になりうる。

- 例えば，鉱物の強度，地震の震度，尿検査でのタンパクの検出の程度について+++，++，+，±，− で表される尺度[5] ,「好き」「普通」「嫌い」に 3, 2, 1 点の得点を割り付けた尺度などは，順序尺度である。
- 順序尺度を表す値は，順序の情報だけに意味があるので，変数の定義域が 3, 2, 1 であろうと，15, 3.14159265358979, 1 であろうと同じ意味をもつ。しかし，順序の情報としては，1 から連続した整数値を割り当てるのが通例であり（同順位がある場合の扱いも何通りか提案されている），その場合に使えるノンパラメトリックな統計手法が数多く開発されている（順位相関や順位和検定など）。順序尺度を表す変数の平均値[6] を求めることには意味がないが，中央値[7] には意味がある。
- ただし，もっともらしい仮定を導入して間隔尺度であるとみなし，平均や相関を計算することも多い。例えば,「好き」「普通」「嫌い」の 3, 2, 1 とか,「まったくその通り」「まあそう思う」「どちらともいえない」「たぶん違うと思う」「絶対に違う」の 5, 4, 3, 2, 1 などは本来は順序尺度なのだが，等間隔であるという仮定をおいて間隔尺度として分析される場合が多い。質問紙調査などで，いくつかの質問から得られるこのような得点の合計によって何らかの傾向を表す合成得点を得ることが頻繁に行われるが，得点を合計する，という操作は各質問への回答がすべて等間隔であるという仮定を置いているわけである。合成得点が示す尺度の信頼性を調べるためにクロンバックの α 係数という統計量がよく使われるが，α 係数の計算には平均や分散が使われていることからも，それが間隔尺度扱いされていることがわかる。

間隔尺度 (interval scale)

- 値の差に意味があるが，ゼロに意味がない尺度。[8]
- 例えば，摂氏温度や西暦年は，間隔尺度である。気温が摂氏 30 度であることは，摂氏 10 度より摂氏 20 度分，温度が高いことを意味するが，3 倍高いことは意味しない。しかし，平年なら最高気温が摂氏 20 度であるようなときに摂氏 30 度であれば，摂氏 25 度であるのに比べて，平年との差が 2 倍あるとは言って良い。
- 間隔尺度をもつ変数に対しては，平均や相関など，かなり多くの統計手法が適用できるが，意味をもたない統計量もある。[9]

比尺度 (ratio scale)

- 値の差に意味があり，かつゼロに意味がある尺度。[10]
- 例えば，cm 単位で表した身長とか，kg 単位で表した体重といったものは，比尺度である。予算額といったものも，0 円に意味がある以上，比尺度である。

データの図示

データの大局的性質を把握するには，図示をするのが便利である。人間の視覚的認識能力は，パターン認識に関してはコンピュータより遥かに優れていると言われているから，それを生かさない手はない。

変数が表す尺度の種類によって，さまざまな図示の方法があるので，それをざっと示すことにする。

1） 離散変数の場合

- 度数分布図：値ごとの頻度を縦棒として，異なる値ごとに，この縦棒を横に並べた図である。離散変数の名前を X とすれば，R では `barplot(table(X))` で描画される。
- 積み上げ棒グラフ：値ごとの頻度の縦棒を積み上げた図である。R では `fx< −table(X); barplot(matrix(fx,NROW(fx)),beside=F)` で描画される。
- 帯グラフ：横棒を全体を 100 %として各値の割合にしたがって区切って塗り分けた図である。R では `px< −table(X)/NROW(X); barplot(matrix(pc,NROW(pc)),horiz=T,beside=F)` で描画される。

---

[5] +の数を数値として，例えば 3, 2, 1, 0.5, 0 とコーディングしても，3 と 2 の差と 2 と 1 の差が等しいわけではなく，3 は 2 よりも尿タンパクが高濃度に検出され，2 は 1 よりも高濃度だという順序にしか意味がないから，順序尺度である

[6] 次回説明するが，ここでは，全部の値を足し合わせて値の数で割ったもの，と普通に考えておけば良い。

[7] これも次回に説明するが，ここでは，小さいほうから順番に値を並べて，ちょうど中央にくるものと考えれば良い

[8] より正確に言えば，値の比に意味がない尺度ということになる。ただし，値の差の比には意味がある。

[9] 例えば，標準偏差を平均値で割った値を%表示したものを変動係数というが，身長という変数でも，普通に cm 単位や m 単位やフィート単位で表した比尺度なら変動係数に意味があるが，100cm を基準とした cm 単位や，170cm を基準とした 2cm 単位のように間隔尺度にしてしまった場合の変動係数には意味がない。変動係数は，分布の位置に対する分布のばらつきの相対的な大きさを意味するので，分布の位置がゼロに対して固定されていないと意味がなくなってしまうのである。

[10] より正確に言えば，値の比にも意味がある尺度ということになる。

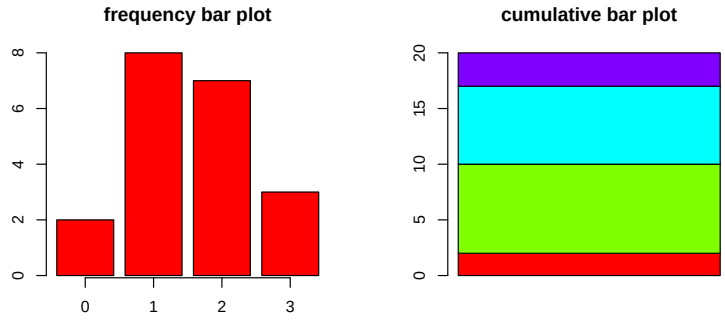
- 円グラフ（ドーナツグラフ）：円全体を 100 %として，各値の割合にしたがって中心から区切り線を引き，塗り分けた図である。ドーナツグラフでは 2 つの同心円にして，内側の円内を空白にする。R では piechart 関数を用いる。

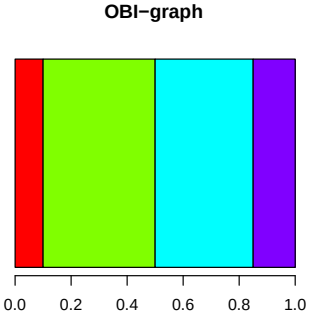
2） 連続変数の場合（次回代表値を説明した後で，もう一度見直して欲しい）

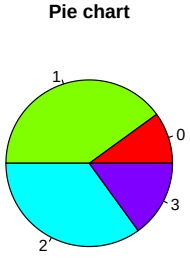
- ヒストグラム：変数値を適当に区切って度数分布を求め，分布の様子を見るものである。R では hist 関数を用いる。
- 正規確率プロット：連続変数が正規分布しているかどうかを見るものである（正規分布に当てはまっていれば点が直線上に並ぶ）。R では qqnorm 関数を用いる。
- 幹葉表示 (stem and leaf plot)：大体の概数（整数区切りとか 5 の倍数とか 10 の倍数にすることが多い）を縦に並べて幹とし，それぞれの概数に相当する値の細かい部分を葉として横に並べて作成する図。R では stem 関数を用いる。
- 箱ヒゲ図 (box and whisker plot)：データを小さい方から順番に並べて，ちょうど真中にくる値を中央値 (median) といい，小さい方から 1/4 の位置の値を第 1 四分位 (first quartile)，大きいほうから 1/4 の位置の値を第 3 四分位 (third quartile) という。縦軸に変数値をとって，第 1 四分位を下に，第 3 四分位を上にした箱を書き，中央値の位置にも線を引いて，さらに第 1 四分位と第 3 四分位の差（四分位範囲）を 1.5 倍した線分をヒゲとして第 1 四分位の下と第 3 四分位の上に伸ばし，ヒゲの先より外れた値を外れ値として○をプロットした図である。カテゴリによって層別した箱ヒゲ図を横に並べて描くと，大体の分布の様子と外れ値の様子が同時に比較できるので便利である。R では boxplot 関数を用いる。
- レーダーチャート：複数の連続変数を中心点から放射状に数直線としてとり，データ点をつないで表される図である。それら複数の変数によって特徴付けられる性質のバランスをみるのに役立つ。1 つのケースについて 1 つのレーダーチャートができるので，他のケースと比較するには，並べて描画するか，重ね描きする。R では stars 関数を用いる。
- 散布図 (scatter plot)：2 つの連続変数の関係を 2 次元の平面上の点として示した図である。R では plot 関数を用いる。点ごとに異なる情報を示したい場合は symbols 関数を用いることができるし，複数の連続変数間の関係を調べるために，重ね描きしたい場合は matplot 関数と matpoints 関数を，別々のグラフとして並べて同時に示したい場合は pairs 関数を用いることができる。

3） 離散変数の図示の例

20 組の夫婦について，その子ども数が，2, 3, 1, 0, 3, 2, 2, 1, 1, 1, 2, 2, 1, 3, 2, 1, 0, 2, 1, 1 だった場合の図示のやり方。



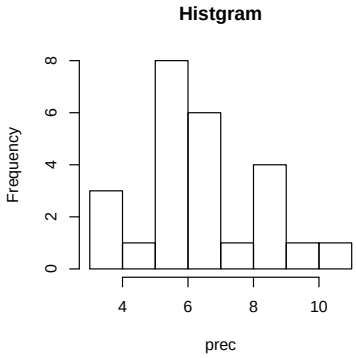


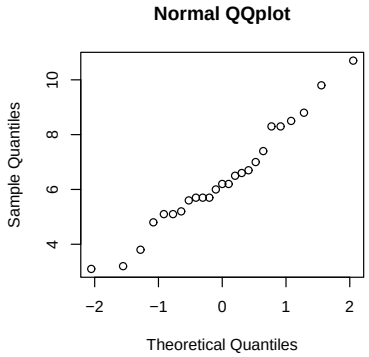


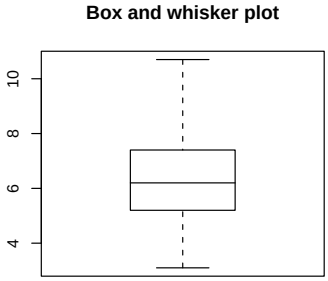
4） 連続変数の図示の例

平成元年３月９日から４月２日の東京地区の最低気温（℃）が次のようであったとき，どのようにまとめるか？

3.2, 3.1, 5.1, 4.8, 8.3, 9.8, 8.3, 6.6, 5.1, 3.8, 5.2, 5.6, 6.5, 5.7, 5.7, 7.4, 6.2, 7.0, 6.7, 5.7, 6.2, 6.0, 8.8, 10.7, 8.5







Stem and leaf plot

3	|	128
4	|	8
5	|	1126777
6	|	022567
7	|	04
8	|	3358
9	|	8
10	|	7